

УДК 539.12

КОВАРИАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СПИНОВЫХ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ НУКЛОНА

В.В. Андреев, О.М. Дерюжкова, Н.В. Максименко

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь

THE COVARIANT REPRESENTATION SPIN POLARIZABILITY OF THE NUCLEON

V.V. Andreev, O.M. Deryuzhkova, N.V. Maksimenko

F. Scorina Gomel State University, Gomel, Belarus

На основе ковариантного построения наведенных дипольных моментов и феноменологических эффективных лагранжианов взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами предложен вариант релятивистски-инвариантного определения спиновых поляризуемостей.

Ключевые слова: поляризуемость, лагранжиан, комптоновское рассеяние.

The option of relativistic-invariant definition of spin polarizability on the basis of covariant creation of the induced dipolar moments and phenomenological effective Lagrangian interactions of an electromagnetic field with these moments is offered.

Keywords: polarizability, Lagrangian, Compton scattering.

Введение

В последнее время большое внимание уделяется экспериментальному и теоретическому исследованию двухфотонных процессов на адронах. Это обусловлено прежде всего тем, что низкоэнергетические амплитуды и определяемые ими сечения двухфотонных процессов зависят от значительно большего числа структурных характеристик адронов по сравнению с однофотонными процессами. Благодаря повышению точности измерения электромагнитных характеристик адронов открываются новые возможности для более глубокого анализа существующих теоретико-полевых и модельных представлений о взаимодействии адронов с электромагнитным полем. При исследовании электромагнитных характеристик адронов особое внимание отводится поляризуемостям адронов, поскольку эти характеристики чувствительны не только к особенностям самой структуры адронов, но и к механизмам поглощения и излучения электромагнитного поля. В настоящее время известен достаточно широкий класс электродинамических процессов, на основе которых можно получить экспериментальные данные о поляризуемостях адронов. В связи с этим возникает задача о последовательном ковариантном определении вклада поляризуемостей в амплитуды и сечения электродинамических процессов на адронах [1], [2]. Решение подобных задач возможно выполнить в рамках теоретико-полевого ковариантного подхода описания взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учетом их поляризуемостей. В работах [3]–[8] активно развивались ковариантные методы описания взаимодействия

электромагнитного поля с адронами, в которых электромагнитные характеристики этих частиц являются основополагающими. В последнее время широко используются эффективные полевые лагранжианы для исследования взаимодействия низкоэнергетического электромагнитного поля с нуклонами на основе разложения по степеням обратным массе нуклона [9]. В работе [8], на основе принципа соответствия между классической и квантовой теориями в рамках полевого подхода, представлен эффективный ковариантный лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицами спина половина с учетом их поляризуемостей, который недавно был использован для фитирования экспериментальных данных по комптоновскому рассеянию на протоне в энергетической окрестности рождения $\Delta(1232)$ резонанса [10]. Физическая интерпретация электрической и магнитной дипольных поляризуемостей в настоящее время представлена достаточно полно (например, [11]). В работах [12], [13] были получены спиновые поляризуемости на основе общих принципов релятивистской квантовой теории, которым удовлетворяет амплитуда низкоэнергетического комптоновского рассеяния. Интерпретация этих поляризуемостей дана в рамках нерелятивистского мультипольного разложения взаимодействия электромагнитного поля с нуклонами в работах [12]–[14].

В данной работе предложен вариант релятивистски-инвариантного определения спиновых поляризуемостей, в основе которого лежит ковариантное построение наведенных дипольных моментов и феноменологические эффективные

лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами [3], [4]. Для введения спиновых поляризуемостей воспользуемся лагранжианом релятивистской электродинамики [7], [8]:

$$L = -\frac{1}{4} G^{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \quad (0.1)$$

В этом выражении $G^{\mu\nu}$ – антисимметричный тензор наведенных дипольных моментов структурной частицы, который определяется следующим образом:

$$G^{\mu\nu} = (d^\mu u^\nu - u^\mu d^\nu) + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} m_\rho u_\sigma, \quad (0.2)$$

где d^μ и m^μ – компоненты электрического и магнитного моментов, представленные в ковариантной форме; u^μ – компоненты 4-х-скорости частицы. Учитывая (0.2) в (0.1), выражение для лагранжиана принимает вид [15]:

$$L = -\frac{1}{2} (e_\mu d^\mu + h_\mu m^\mu), \quad (0.3)$$

где $e_\mu = F_{\mu\nu} u^\nu$, $h_\mu = \tilde{F}_{\mu\nu} u^\nu$, $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma}$.

1 Определение лагранжиана взаимодействия электромагнитного поля со структурной частицей с учетом спиновой поляризуемости

Перейдем теперь к операторному представлению тензора $G^{\mu\nu}$ (0.2). Запишем в ковариантной форме с учетом закона сохранения четности компоненты векторов электрического и магнитного моментов через тензоры поляризуемостей:

$$d^\mu = 4\pi\alpha^{\mu\nu} e_\nu + 4\pi\kappa^{\mu\nu} (u\hat{\partial}) e_\nu, \quad (1.1)$$

$$m^\mu = 4\pi\beta^{\mu\nu} h_\nu + 4\pi\tilde{\kappa}^{\mu\nu} (u\hat{\partial}) h_\nu, \quad (1.2)$$

где $(u\hat{\partial}) = u_\mu \hat{\partial}^\mu$, $\alpha^{\mu\nu}$, $\beta^{\mu\nu}$, $\kappa^{\mu\nu}$, $\tilde{\kappa}^{\mu\nu}$ – тензоры поляризуемостей. Чтобы учесть спиновые свойства частицы, воспользуемся определением тензоров поляризуемостей через операторы 4-х-мерного импульса \hat{p}^μ и вектора Паули – Любанского W^μ . В случае частицы спина $\frac{1}{2}$, как следует из перестановочных соотношений операторов \hat{p}^μ и \hat{W}^μ , а также представление \hat{W}^μ через γ -матрицы

$$\hat{W}^\mu = \frac{(-1)}{2m} \gamma^5 \left((\gamma p) - \hat{p}^\mu \right),$$

тензоры поляризуемостей можно представить следующим образом [4]:

$$\alpha^{\mu\nu} = \alpha_1 g^{\mu\nu} + \frac{\alpha_2}{m} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \hat{W}_\rho \hat{p}_\sigma. \quad (1.3)$$

Аналогичным образом будем представлять тензоры $\beta^{\mu\nu}$, $\kappa^{\mu\nu}$ и $\tilde{\kappa}^{\mu\nu}$. Из выражения (1.3) следует, что тензоры поляризуемостей состоят из симметричной и антисимметричной частей. Более того, антисимметричные части поляризуемостей обусловлены вкладом спина частицы.

2 Амплитуда рассеяния электромагнитного поля частицей спина $\frac{1}{2}$ в дипольном приближении в области низких энергий

Согласно [16] амплитуда рассеяния в области низких энергий в дипольном приближении, когда

$$\vec{d} = 4\pi \hat{\alpha} \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (2.1)$$

$$\vec{m} = 4\pi \hat{\beta} \vec{H}(\vec{r}, t), \quad (2.2)$$

где $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ – тензоры электрической и магнитной поляризуемостей, представляется в виде:

$$\begin{aligned} M\left(\begin{matrix} \rightarrow \\ n_2 \end{matrix}\right) = & 4\pi\omega^2 \left\{ \begin{matrix} \rightarrow(\lambda_2)^* & \rightarrow(\lambda_1) \\ e & \alpha e \end{matrix} \right\} + \\ & + \begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow(\lambda_1) \\ n_2 e & \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow(\lambda_2)^* \\ n_1 \beta e & \end{matrix} + \\ & + \begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow(\lambda_2)^* \\ n_1 e & \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow(\lambda_1) & \rightarrow \\ e & \beta n_2 \end{matrix} - \\ & - \begin{matrix} \rightarrow(\lambda_2)^* & \rightarrow(\lambda_1) \\ e & e \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ n_1 \beta n_2 \end{matrix} - \\ & - \begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ n_1 n_2 \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow(\lambda_1) & \rightarrow(\lambda_2)^* \\ e & \beta e \end{matrix} + \\ & + \left[\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow \\ n_2 n_1 \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow(\lambda_2)^* & \rightarrow(\lambda_1) \\ e & e \end{matrix} \right] - \\ & - \left[\begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow(\lambda_1) \\ n_2 e & \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow & \rightarrow(\lambda_2)^* \\ n_1 e & \end{matrix} \right] \left. \right\} Sp\left(\hat{\beta}\right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

В выражении (2.3) введены следующие обозначения: $e_{\rightarrow(\lambda_1)}$ и $e_{\rightarrow(\lambda_2)}$ – векторы поляризации, n_1 и n_2 – единичные векторы падающего и рассеянного излучения, ω – частота излучения. Из определения \vec{d} и \vec{m} согласно (2.1) и (2.2) следует, что $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ должны удовлетворять условию эрмитовости. В этом случае, как показано в работе [17], тензоры $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ можно представить следующим образом:

$$\alpha_{ij} = \alpha_1 \delta_{ij} + i\alpha_2 \varepsilon_{ijk} C_k,$$

$$\beta_{ij} = \beta_1 \delta_{ij} + i\beta_2 \varepsilon_{ijk} C_k,$$

где α_1 , α_2 , β_1 и β_2 – вещественные величины, ε_{ijk} – тензор Леви – Чивита, C_k – компоненты псевдовектора. В случае частицы спина $\frac{1}{2}$ в качестве такого псевдовектора можно выбрать псевдовектор спина частицы \vec{S} . Если считать, что тензоры $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ зависят от \vec{S} , то используя

алгебру оператора спина половина:

$$\begin{aligned} \left[\hat{S}_i, \hat{S}_j \right] &= i\varepsilon_{ijk} \hat{S}_k, \\ \hat{S}_i \hat{S}_j &= \frac{1}{4} \delta_{ij} + \frac{i}{2} \varepsilon_{ijk} \hat{S}_k, \end{aligned}$$

эти тензоры можно представить следующим образом

$$\alpha_{ij} = \alpha_1 \delta_{ij} + i\alpha_2 \varepsilon_{ijk} \hat{S}_k, \quad (2.4)$$

$$\beta_{ij} = \beta_1 \delta_{ij} + i\beta_2 \varepsilon_{ijk} \hat{S}_k. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.4) и (2.5) в уравнение (2.3), получим:

$$\begin{aligned} M \left(\begin{array}{c} \rightarrow \\ n_2 \end{array} \right) &= 4\pi\omega^2 \chi_f^+ \left\{ \alpha_1 \left(\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow(\lambda_1) \\ e \quad e \end{array} \right) + \right. \\ &+ \beta_1 \left(\left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow \\ e \quad n_2 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_1) \rightarrow \\ e \quad n_1 \end{array} \right] \right) + \\ &+ i\alpha_2 \left(\hat{S} \cdot \left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow(\lambda_1) \\ e \quad e \end{array} \right] \right) + \\ &+ i\beta_2 \left(\hat{S} \cdot \left[\left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow \\ e \quad n_2 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_1) \rightarrow \\ e \quad n_1 \end{array} \right] \right] \right) \left. \right\} \chi_i, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где χ_i и χ_f – спиноры начальной и конечной частицы. Если в амплитуде (2.6) потребовать условие перекрестной симметрии, то получим

$$\begin{aligned} M \left(\begin{array}{c} \rightarrow \\ n_2 \end{array} \right) &= 4\pi\omega^2 \left\{ \alpha_1 \left(\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow(\lambda_1) \\ e \quad e \end{array} \right) + \right. \\ &+ \beta_1 \left(\left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow \\ e \quad n_2 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_1) \rightarrow \\ e \quad n_1 \end{array} \right] \right) \left. \right\}, \end{aligned}$$

что согласуется со спиновой структурой низкоэнергетической амплитуды комптоновского рассеяния с учетом электрической и магнитной поляризуемостей [18]. В случае комптоновского рассеяния вперед амплитуда имеет общую спиновую структуру вида [19]

$$\begin{aligned} M &= g(\omega) \left(\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow(\lambda_1) \\ e \quad e \end{array} \right) + \\ &+ ih(\omega) \left(\hat{S} \cdot \left[\begin{array}{c} \rightarrow(\lambda_2)^* \rightarrow(\lambda_1) \\ e \quad e \end{array} \right] \right). \end{aligned} \quad (2.7)$$

В этом определении амплитуды скалярная функция $g(\omega)$ является четной, а $h(\omega)$ – нечетной относительно перекрестной симметрии. Следовательно, поскольку поляризуемости вносят вклад в амплитуду (2.7), начиная со второго порядка по ω и выше, то спиновая структура второго слагаемого в (2.7) определяется вкладами поляризуемостей начиная с третьего порядка по ω .

Определим теперь лагранжиан и амплитуду комптоновского рассеяния в ковариантном дипольном представлении.

3 Амплитуда низкоэнергетического комптоновского рассеяния в ковариантном дипольном представлении

Лагранжиан (0.3) в рамках теоретико-полевого ковариантного подхода имеет вид [7]:

$$\begin{aligned} L(x) &= \frac{i\pi}{4m} \left[\bar{\Psi} \gamma^\nu \hat{L}_{\nu\sigma} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\sigma \Psi + \right. \\ &+ \bar{\Psi} \hat{L}_{\nu\sigma} \gamma^\nu \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\sigma \Psi + \bar{\Psi} \gamma^\nu \hat{L}_{\nu\sigma} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\nu \Psi + \\ &\left. + \bar{\Psi} \hat{L}_{\nu\sigma} \gamma^\sigma \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\nu \Psi \right], \end{aligned} \quad (3.1)$$

где γ^ν – матрицы Дирака, $\Psi(x)$ – биспинор поля Дирака, $\overset{\leftrightarrow}{\partial}^\nu = \overset{\rightarrow}{\partial}^\nu - \overset{\leftarrow}{\partial}^\nu$. В лагранжиане (3.1) тензор $\hat{L}_{\nu\sigma}$ выражается через тензоры поляризуемостей, которые введены в (1.1) и (1.2):

$$\hat{L}_{\nu\sigma} = \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha)} + \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa)} + \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\delta)} + \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\beta)} + \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\bar{\kappa})} + \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\bar{\delta})} \quad (3.2)$$

С целью установления влияния перекрестной симметрии на вклад спиновых поляризуемостей в амплитуду комптоновского рассеяния в дипольном представлении определим в (3.2) тензоры $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha, \beta)}$ и $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa, \bar{\kappa})}$ следующим образом:

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha, \beta)} = L_{\nu\sigma}^{(\alpha_1, \beta_1)} + L_{\nu\sigma}^{(\alpha_2, \beta_2)}$$

и

$$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa, \bar{\kappa})} = L_{\nu\sigma}^{(\kappa_1, \bar{\kappa}_1)} + L_{\nu\sigma}^{(\kappa_2, \bar{\kappa}_2)}$$

В свою очередь приведенные тензоры определяются так:

$$\begin{aligned} \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_1)} &= F_{\nu\mu} \overset{\wedge}{\alpha}^{(\alpha_1)} F_{\rho\sigma}{}^{\mu\rho}, \\ \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_1)} &= \left(F_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta F_{\rho\sigma} \right) \overset{\wedge}{\kappa}^{(\kappa_1)}, \\ \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_2)} &= F_{\nu\mu} \overset{\wedge}{\alpha}^{(\alpha_2)} F_{\rho\sigma}{}^{\mu\rho}, \\ \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_2)} &= \left(F_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta F_{\rho\sigma} \right) \overset{\wedge}{\kappa}^{(\kappa_2)}, \end{aligned}$$

в которых введены обозначения

$$\begin{aligned} \overset{\wedge}{\alpha}^{(\alpha_1)} &= \alpha_1 g^{\mu\rho}, \\ \overset{\wedge}{\alpha}^{(\alpha_2)} &= \frac{\alpha_2}{m} \varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon} \hat{W}_\kappa \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\varepsilon, \\ \overset{\wedge}{\kappa}^{(\kappa_1)} &= \kappa_1 g^{\mu\rho} \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\delta, \\ \overset{\wedge}{\kappa}^{(\kappa_2)} &= \frac{\kappa_2}{m} \varepsilon^{\mu\rho\kappa\varepsilon} \hat{W}_\kappa \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\varepsilon \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\delta. \end{aligned}$$

Если в приведенных тензорах сделать замену $F_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{F}_{\mu\nu}$, то получим выражения для $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\beta)}$ и

$\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\bar{k})}$. Поскольку каждое слагаемое в (3.2) вносит определенные свойства перекрестной симметрии в амплитуду комптоновского рассеяния, то определим их вклады отдельно.

Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе
 $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_1)} + \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\beta_1)}$.

Согласно (3.1) лагранжиан $L^{(\alpha_1)} + L^{(\beta_1)}$ сводится к выражению

$$L^{(\alpha_1)} + L^{(\beta_1)} = \frac{2\pi}{m} (\alpha_1 F_{\nu\mu} F_{\sigma}^{\mu} + \beta_1 \tilde{F}_{\nu\mu} \tilde{F}_{\sigma}^{\mu}) \theta^{\nu\sigma}, \quad (3.3)$$

где $\theta^{\nu\sigma} = \frac{i}{2} \bar{\Psi} \gamma^{\nu} \overleftrightarrow{\partial}^{\sigma} \Psi$.

Амплитуда комптоновского рассеяния с учетом лагранжиана (3.3) имеет вид [20]

$$M^{(\alpha_1)} + M^{(\beta_1)} = \left(\frac{2\pi}{m} \right) \left[\alpha_1 \left(F_{\nu\mu}^{(2)} F_{\sigma}^{(1)\mu} + F_{\nu\mu}^{(1)} F_{\sigma}^{(2)\mu} \right) + \beta_1 \left(\tilde{F}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{F}_{\sigma}^{(1)\mu} + \tilde{F}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{F}_{\sigma}^{(2)\mu} \right) \right] \times \times \bar{U}^{(\nu_2)} \left(\vec{p}_2 \right) \gamma^{\nu} P^{\sigma} U^{(\nu_1)} \left(\vec{p}_1 \right). \quad (3.4)$$

В уравнении (3.4) введены обозначения

$$\tilde{F}_{\nu\mu}^{(2)} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\nu\mu\gamma\omega} F^{(2)\gamma\omega}, \quad F^{(2)\gamma\omega} = \left(k_2^{\gamma} e^{(\lambda_2)\omega} - k_2^{\omega} e^{(\lambda_2)\gamma} \right), \\ F^{(1)\gamma\omega} = \left(k_1^{\gamma} e^{(\lambda_1)\omega} - k_1^{\omega} e^{(\lambda_1)\gamma} \right),$$

а также $e_{\mu}^{(\lambda_1)}$ и $e_{\mu}^{(\lambda_2)}$ – векторы поляризации начального и конечного фотонов, $P = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$,

k_1, p_1 и k_2, p_2 – импульсы начальных и конечных фотонов и нуклонов, $U^{(\nu_1)} \left(\vec{p}_1 \right)$ и $\bar{U}^{(\nu_2)} \left(\vec{p}_2 \right)$

– биспиноры начальных и конечных нуклонов. Из соотношения (3.4) следует, что часть амплитуды комптоновского рассеяния, обусловленная электрической и магнитной поляризуемостями, удовлетворяет условию перекрестной симметрии и вносит вклад, начиная со второго порядка по частоте излучения. В системе покоя мишени и во втором порядке по частоте излучения из (3.4) следует соотношение:

$$M^{(\alpha_1)} + M^{(\beta_1)} = 4\pi\omega_1\omega_2\chi_f^+ \left[\alpha_1 \left(e^{\rightarrow(\lambda_2)} e^{\rightarrow(\lambda_1)} \right) + \beta_1 \left(\left[e^{\rightarrow(\lambda_2)} \ n_2 \right] \cdot \left[e^{\rightarrow(\lambda_1)} \ n_1 \right] \right) \right] \chi_i,$$

которое согласуется с (2.6).

Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе
 $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\alpha_2)} + \hat{L}_{\nu\sigma}^{(\beta_2)}$.

В этом случае лагранжиан (3.1) принимает вид:

$$L^{(\alpha_2)} + L^{(\beta_2)} = \left(\frac{i\pi}{4m^2} \right) (\varepsilon^{\mu\rho\kappa\epsilon}) \times \times \left(\alpha_2 F_{\nu\mu} F_{\rho\sigma} + \beta_2 \tilde{F}_{\nu\mu} \tilde{F}_{\rho\sigma} \right) \times \times \bar{\Psi} \left[\left(\gamma^{\nu} \hat{W}_{\kappa} + \hat{W}_{\kappa} \gamma^{\nu} \right) \overleftrightarrow{\partial}_{\epsilon}^{\nu} \overleftrightarrow{\partial}^{\sigma} + \left(\hat{W}_{\kappa} \gamma^{\sigma} + \gamma^{\sigma} \hat{W}_{\kappa} \right) \overleftrightarrow{\partial}_{\epsilon}^{\nu} \overleftrightarrow{\partial}^{\nu} \right] \Psi. \quad (3.5)$$

Из выражения (3.5) видно, что лагранжиан $L^{(\alpha_2)} + L^{(\beta_2)}$ непосредственно связан со спином частицы. Амплитуда комптоновского рассеяния с учетом (3.5) определяется следующим образом:

$$M^{(\alpha_2)} + M^{(\beta_2)} = \left(\frac{2\pi i}{m^3} \right) (\varepsilon^{\mu\rho\kappa\epsilon}) \left[\alpha_2 \left(F_{\nu\mu}^{(2)} F_{\rho\sigma}^{(1)} + F_{\nu\mu}^{(1)} F_{\rho\sigma}^{(2)} \right) + \beta_2 \left(\tilde{F}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{F}_{\rho\sigma}^{(1)} + \tilde{F}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{F}_{\rho\sigma}^{(2)} \right) \right] \times \times \bar{U}^{(\nu_2)} \left(\vec{p}_2 \right) \gamma^5 \left[\left(\delta_{\kappa}^{\nu} \gamma_{\tau} - \delta_{\tau}^{\nu} \gamma_{\kappa} \right) P^{\sigma} + \left(\delta_{\kappa}^{\sigma} \gamma_{\tau} - \delta_{\tau}^{\sigma} \gamma_{\kappa} \right) P^{\nu} \right] P_{\epsilon} P^{\tau} U^{(\nu_1)} \left(\vec{p}_1 \right). \quad (3.6)$$

Из выражения (3.6) следует, что, поскольку тензор

$$(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\epsilon}) \left[\alpha_2 \left(F_{\nu\mu}^{(2)} F_{\rho\sigma}^{(1)} + F_{\nu\mu}^{(1)} F_{\rho\sigma}^{(2)} \right) + \beta_2 \left(\tilde{F}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{F}_{\rho\sigma}^{(1)} + \tilde{F}_{\nu\mu}^{(1)} \tilde{F}_{\rho\sigma}^{(2)} \right) \right] \quad (3.7)$$

является симметричным относительно перекрестной симметрии и одновременно антисимметричным относительно перестановки индексов ν и σ , а тензор между биспинорами $\bar{U}^{(\nu_2)} \left(\vec{p}_2 \right)$ и

$U^{(\nu_1)} \left(\vec{p}_1 \right)$ является симметричным относительно

перестановки индексов ν и σ , то часть амплитуды $M^{(\alpha_2)} + M^{(\beta_2)}$ не может вносить вклад в полную амплитуду комптоновского рассеяния. Однако, если в тензоре (3.7) учесть только слагаемые $(\varepsilon^{\mu\rho\kappa\epsilon}) \left[\alpha_2 F_{\nu\mu}^{(2)} F_{\rho\sigma}^{(1)} + \beta_2 \tilde{F}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{F}_{\rho\sigma}^{(1)} \right]$, то в системе покоя мишени во втором порядке по частоте излучения из (3.6) получим:

$$M^{(\alpha_2)} + M^{(\beta_2)} = 4\pi i \omega_1 \omega_2 \left\{ \alpha_2 \left(\vec{S} \left[e^{\rightarrow(\lambda_2)} e^{\rightarrow(\lambda_1)} \right] \right) + \beta_2 \left(\vec{S} \left[\left[e^{\rightarrow(\lambda_2)} \ n_2 \right] \cdot \left[e^{\rightarrow(\lambda_1)} \ n_1 \right] \right) \right\}.$$

Такое представление амплитуды согласуется с низкоэнергетическим определением амплитуды комптоновского рассеяния (2.6), если не учитывать свойства перекрестной симметрии.

Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе вклада $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_1)}$ и $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\tilde{\kappa}_1)}$.

Лагранжиан, соответствующий вкладу κ_1 и $\tilde{\kappa}_1$ согласно (3.1) и (3.2), принимает вид:

$$L^{(\kappa_1)} + L^{(\tilde{\kappa}_1)} = \frac{i\pi}{2m} \left(\kappa_1 F_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta F_\sigma^\mu + \tilde{\kappa}_1 \tilde{F}_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta \tilde{F}_\sigma^\mu \right) \times \times \bar{\Psi} \left(\gamma^\nu \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\sigma + \gamma^\sigma \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\nu \right) \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\delta \Psi. \quad (3.8)$$

Амплитуда, вычисленная с использованием лагранжиана (3.8), представляется следующим образом:

$$M^{(\kappa_1)} + M^{(\tilde{\kappa}_1)} = \frac{(-i)\pi}{m} (k_1 + k_2)_\delta \left[\kappa_1 \left(F_{\nu\mu}^{(2)} F_\sigma^{(1)\mu} - F_\sigma^{(2)\mu} F_{\nu\mu}^{(1)} \right) + \tilde{\kappa}_1 \left(\tilde{F}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{F}_\sigma^{(1)\mu} - \tilde{F}_\sigma^{(2)\mu} \tilde{F}_{\nu\mu}^{(1)} \right) \right] \times \times \bar{U}^{(\kappa_2)} \left(\vec{p}_2 \right) \left[\gamma^\nu P^\sigma + \gamma^\sigma P^\nu \right] P^\delta U^{(\kappa_1)} \left(\vec{p}_1 \right).$$

Из выражения (3.9) следует, что амплитуда $M^{(\kappa_1)} + M^{(\tilde{\kappa}_1)}$ удовлетворяет условию перекрестной симметрии, однако тензор в первых квадратных скобках антисимметричный, а тензор между биспинорами является симметричным относительно замены индексов ν и σ . Поэтому вклад $M^{(\kappa_1)} + M^{(\tilde{\kappa}_1)}$ будет равен нулю.

Определение эффективного лагранжиана и амплитуды комптоновского рассеяния на основе вклада $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\kappa_2)}$ и $\hat{L}_{\nu\sigma}^{(\tilde{\kappa}_2)}$.

Лагранжиан, соответствующий вкладам κ_2 и $\tilde{\kappa}_2$, в данном подходе имеет вид:

$$L^{(\kappa_2)} + L^{(\tilde{\kappa}_2)} = \frac{i\pi}{4m^2} (\varepsilon^{\mu\rho\kappa\epsilon}) \left[\kappa_2 F_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta F_{\rho\sigma} + \tilde{\kappa}_2 \tilde{F}_{\nu\mu} \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta \tilde{F}_{\rho\sigma} \right] \times \times \bar{\Psi} \left[\left(\gamma^\nu \hat{W}_\kappa + \hat{W}_\kappa \gamma^\nu \right) \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\sigma + \left(\gamma^\sigma \hat{W}_\kappa + \hat{W}_\kappa \gamma^\sigma \right) \overset{\leftrightarrow}{\partial}^\nu \right] \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\epsilon \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\delta \Psi.$$

Часть амплитуды комптоновского рассеяния, вычисленная на основе этого лагранжиана, определяется следующим образом:

$$M^{(\kappa_2)} + M^{(\tilde{\kappa}_2)} = \frac{4\pi i}{m^3} (\varepsilon^{\mu\rho\kappa\epsilon}) (k_1 + k_2)_\delta \times$$

$$\times \left[\kappa_2 \left(F_{\nu\mu}^{(2)} F_{\rho\sigma}^{(1)} - F_{\rho\sigma}^{(2)} F_{\nu\mu}^{(1)} \right) + \tilde{\kappa}_2 \left(\tilde{F}_{\nu\mu}^{(2)} \tilde{F}_{\rho\sigma}^{(1)} - \tilde{F}_{\rho\sigma}^{(2)} \tilde{F}_{\nu\mu}^{(1)} \right) \right] \bar{U}^{(\kappa_2)} \left(\vec{p}_2 \right) \gamma^5 \times \times \left[\left(\delta_\tau^\nu \gamma_\kappa - \delta_\kappa^\nu \gamma_\tau \right) P^\sigma + \left(\delta_\tau^\sigma \gamma_\kappa - \delta_\kappa^\sigma \gamma_\tau \right) P^\nu \right] P^\epsilon P_\epsilon P^\delta U^{(\kappa_1)} \left(\vec{p}_1 \right). \quad (3.10)$$

Из выражения (3.10) следует, что амплитуда $M^{(\kappa_2)} + M^{(\tilde{\kappa}_2)}$ инвариантна относительно перекрестной симметрии. Вклад этой амплитуды начинается с третьего порядка по частоте излучения. Если в (3.10) в системе покоя мишени ограничиться третьим порядком в разложении по частоте излучения, то получим

$$M^{(\kappa_2)} + M^{(\tilde{\kappa}_2)} = 4\pi i m (\omega_1 + \omega_2) (\omega_1 \omega_2) \left\{ \kappa_2 \left(\vec{S} \left[\begin{array}{cc} \rightarrow^{(\lambda_2)} & \rightarrow^{(\lambda_1)} \\ e & e \end{array} \right] \right) + \tilde{\kappa}_2 \left(\vec{S} \left[\left[\begin{array}{cc} \rightarrow^{(\lambda_2)} & \rightarrow \\ e & n_2 \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{cc} \rightarrow^{(\lambda_1)} & \rightarrow \\ e & n_1 \end{array} \right] \right) \right\}.$$

Заключение

В данной работе предложен вариант релятивистски-инвариантного определения спиновых поляризуемостей, в основе которого лежит ковариантное построение наведенных дипольных моментов и феноменологические эффективные лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с этими моментами. Показано, что в предложенной модели с учетом перекрестной симметрии, законов сохранения четности и калибровочной инвариантности спиновые поляризуемости вносят вклад в разложение амплитуды комптоновского рассеяния, начиная с третьего порядка по частоте излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Carlson, C.E. Constraining off-shell effects using low-energy Compton scattering / C.E. Carlson, M. Vanderhaeghen [Electronic resource]. – 2011. – Mode of access : <http://physics.atom-ph/1109.3779>. – Date of access: 04.10.2011.
2. Krupina, N. Separation of proton polarizabilities with the beam asymmetry of Compton scattering / N. Krupina, V. Pascalutsa // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 110, № 26. – P. 262001–1–4.
3. Максименко, Н.В. Феноменологическое описание поляризуемостей элементарных частиц в полевой теории / Н.В.Максименко, Л.Г. Мороз // Труды XI Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике. Д2-11707, ОИЯИ, Дубна. – 1979. – С. 533–543.
4. Максименко, Н.В. Ковариантное определение поляризуемости адронов спина единица / Н.В. Максименко // Доклады Академии наук Беларуси. – 1992. – Т. 36, № 6. – С. 508–510.

5. Левчук, М.И. Гирация нуклона как одна из характеристик его электромагнитной структуры / М.И. Левчук, Л.Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1985. – № 1. – С. 45–54.
6. *Об описании поляризуемости скалярных частиц в теории релятивистских волновых уравнений* / А.А. Богущ [и др.] // Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности. – 1981. – С. 81–90.
7. Андреев, В.В. Поляризуемость элементарных частиц в теоретико-полевого подходе / В.В. Андреев, Н.В. Максименко // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 4 (9). – С. 7–11.
8. Максименко, Н.В. Ковариантный калибровочно-инвариантный формализм Лагранжа с учетом поляризуемостей частиц / Н.В. Максименко, О.М. Дерюжкова // Весці НАН Беларусі, серыя фіз.-мат. навук. – М. : «Беларуская навука», 2011. – № 2. – С. 27–30.
9. *The NRQED lagrangian at order $\frac{1}{M^4}$* / R.J. Hill [et al.] // Phys. Rev. D. – 2013. – Vol. 87, № 5. – P. 053017–1–13.
10. Zhang, Y. Proton Compton scattering in a unified proton- Δ^+ Model / Y. Zhang, K. Savvidy // Phys. Rev. C. – 2013. – Vol. 88. – P. 064614–1–12.
11. Holstein, B.R. Hadron polarizabilities / B.R. Holstein, S. Scherer [Electronic resource]. – 2013. – Mode of access : <http://hep-ph/1401.0140v1>. – Date of access : 31.12.2013.
12. Raguza, S. Third-order spin polarizabilities of the nucleon: I / S. Raguza // Phys. Rev. D. – 1993. – Vol. 47, № 9. – P. 3757–3767.
13. Raguza, S. Third-order spin polarizabilities of the nucleon: II / S. Raguza // Phys. Rev. D. – 1994. – Vol. 49, № 7. – P. 3157–3159.
14. *Low-energy Compton scattering of polarized photons on polarized nucleons* / D. Babusci [et al.] // Phys. Rev. C. – 1998. – Vol. 58. – P. 1013–1041.
15. Anandan, J.S. Classical and quantum interaction of the dipole / J.S. Anandan // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.
16. Ландау, Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : Наука, 1967. – 460 с.
17. Гальнский, М.В. О преобразовании тензора пучка при взаимодействии света со средой / М.В. Гальнский, Ф.И. Федоров // ЖПС. – 1986. – Т. 44, № 2. – С. 288–292.
18. Петрунькин, В.А. Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В.А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – Т. 12, вып. 3. – С. 692–753.
19. Damashek, M. Forward Compton scattering / M. Damashek, F.J. Gilman // Phys. Rev. – 1970. – Vol. D1, № 6. – P. 1319–1332.
20. Andreev, V.V. Covariant equations of motion of a spin $\frac{1}{2}$ particle in an electromagnetic field with allowance for polarizabilities / V.V. Andreev, O.M. Deryuzhkova, N.V. Maksimenko // Russ. Phys. Journ. – 2014. – Vol. 56, № 9. – P. 1069–1075.

Поступила в редакцию 27.06.14.